パラメトリック検定

2つのグループの平均の差の検定

- 下表のような標本データが得られた時，母集団においても男女の労働時間に差があるといえるだろうか？

男女の1週間の労働時間

性別	平均	標準偏差	度数
男性	48.8	14.1	1144
女性	33.9	14.7	957

→これを検定するのがt検定

- t検定には3種類
  - 比較するデータに対応がない場合
    - スチューデントのt検定(2群の分散が等しいとみなせる場合)
    - ウェルチのt検定(2群の分散が等しいとみなせない場合)
  - 対応がある場合
    - 対応のあるt検定

スチューデントのt検定

$$t = \frac{x_A - x_B}{s\sqrt{\dfrac{1}{N_A} + \dfrac{1}{N_B}}}$$

$x_A - x_B$: 2群の平均の差, s : 合併した標準偏差

N_A : Aグループの標本数, N_B : Bグループの標本数

$$s = \sqrt{\frac{(N_A - 1)s_A^2 + (N_B - 1)s_B^2}{N_A + N_B - 2}}$$

s_A^2 : Aグループの不偏分散, s_B^2 : Bグループの不偏分散

- 検定統計量tは自由度N_A+N_B-2のt分布に従う

計算例

男女の1週間の労働時間

性別	平均	標準偏差	度数
男性	48.1	14.1	1144
女性	34.0	14.6	957

- 表の例だと
  t=22.461
  自由度＝2099
- 自由度2099のt分布において，t=22.461となる確率(有意確率)は1.32×10^{-100}

ウェルチのt検定

$$t = \frac{x_A - x_B}{\sqrt{\dfrac{s_A^2}{N_A} + \dfrac{s_B^2}{N_B}}}$$

$$\upsilon = \frac{\left(\dfrac{s_A^2}{N_A} + \dfrac{s_B^2}{N_B}\right)^2}{\dfrac{s_A^4}{N_A^2 \times (N_A - 1)} + \dfrac{s_B^4}{N_B^2 \times (N_B - 1)}}$$

$x_A - x_B$: 2群の平均の差,

s_A^2 : Aグループの不偏分散, s_B^2 : Bグループの不偏分散

N_A : Aグループの標本数, N_B : Bグループの標本数

- 検定統計量tは自由度vのt分布に従う

計算例

男女の1週間の労働時間

性別	平均	標準偏差	度数
男性	48.8	14.1	1144
女性	33.9	14.7	957

- 表の例だと
  t=23.57122
  自由度=2038.703
- 自由度2038のt分布において，t=23.57122となる確率(有意確率)は3.90×10^{-109}

3グループ以上の平均の比較
一元配置分散分析

- 量的変数と質的変数の関連性を見る分析
  - カテゴリ間（グループ間）で平均値が違うかどうか
  - 違いがあれば連続変数とカテゴリカル変数に何らかの関係があると考えられる
  - 身長の男女差

  →身長に性別が関連している
- 考え方
  - ばらつきに注目
    - ばらつきとは、平均からの距離の二乗の和
    - 全体のばらつき（分散）をグループで説明できるばらつきとグループで説明できないばらつき（残差）に分ける
    - グループで説明できるバラツキがそれで説明できないばらつきに比べて大きかったらグループがその変数に関係していると考える

一元配置分散分析(3)

- 全体のバラツキ（分散）をグループで説明できるばらつきとグループで説明できないバラツキ（残差）に分ける
- 両者の比をみる

$$F = \frac{\dfrac{\text{グループに分けることで説明できたばらつき}}{\text{グループ数}-1}}{\dfrac{\text{グループ内のばらつき(残差)}}{\text{ケース数}-\text{グループ数}}}$$

- F値は自由度(グループ数-1，ケース数—グループ数)のF分布という分布に従う

分散分析の例

- 喫煙習慣と収縮期血圧のデータ
- ６０歳以上の男性３０人に調査を行い、喫煙習慣（非喫煙、日１９本以下、日１９本以上）を聞いた
- 収縮期血圧が３つの喫煙習慣群で異なるのかどうか

表示: 3 個 (3 変

ID	収縮期血圧	喫煙習慣
1.00	114.00	非喫煙
2.00	160.00	日20本以上
3.00	125.00	日19本以下
4.00	185.00	日20本以上
5.00	170.00	日20本以上
6.00	130.00	日19本以下
7.00	134.00	非喫煙
8.00	160.00	日20本以上
9.00	130.00	非喫煙
10.00	124.00	非喫煙
11.00	155.00	日19本以下
12.00	166.00	日19本以下
13.00	120.00	非喫煙
14.00	110.00	非喫煙
15.00	138.00	日19本以下
16.00	169.00	日20本以上
17.00	175.00	日20本以上
18.00	180.00	日20本以上

分散分析の例ー分散分析表

分散分析

収縮期血圧

	平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
グループ間	15372.196	2	7686.098	53.980	.000
グループ内	3844.504	27	142.389		
合計	19216.700	29			

- 分散分析表という表
- グループ間のばらつきの大きさ（平方和）とグループ内のばらつきの大きさが書かれる
- 自由度
  - グループ間はグループ数ー１
  - グループ内は対象者数ーグループ数
- F検定はグループ間、グループ内２種類の自由度によって規定される
  - ちなみにグループ数が2のときはt検定の結果と一致する

分散分析と多重比較

- 3つの群の平均が違う、とわかっても、どのグループの平均がどのグループよりも高いのかということまではわからない
  - 非喫煙＞１９本以内？
  - 非喫煙＞２０本以上？
  - １９本以内＞２０本以上？
- 3グループで平均に違いがあるとわかった時点で、どのグループの平均点がどのグループの平均点よりも高いのか３通り、平均値の差の検定（対応のないt検定）を行う
- 検定の多重性の問題
  - １度の検定で5%の有意水準にした→95%の確率で有意差がでない
  - 3回t検定を行うと、0.95×0.95×0.95=86%の確率で有意差がでない
  - つまり、1-0.86=0.14で、14%の確率で有意になる

  →検定を繰り返すと有意になりやすくなるため、検定を多く行うと結果が甘くなる
- 検定の多重性を調整するのが多重比較の調整

多重比較の調整法ーボンフェローニ法

- 検定を行った回数だけ検出力が甘くなるので、有意水準(5%)を回数で割った値を新たな有意水準に設定する
- 例えば3回検定して、0.03、0.001、0.018の時
  - 有意水準は0.05÷3で0.017となる
  - 0.001だけが有意で、ほかは有意でない
- 実際に有意確率自体を調整する場合もある
  - 各確率に検定回数をかける
  - 0.09、0.003、0.054を新たな有意確率とする
- 他にもいろいろな調整法がある
  - テューキー法
  - ダネット法

  など