

研究ノート

エクセルによるパネルデータ分析の方法

島 田 敬

I はじめに

クロスセクション (Cross Section) データによる計量分析は、ある時点における個々の経済主体のマイクロデータから普遍的な行動仮説を検証するところにある。それゆえ、クロスセクションデータによる分析は、個々の経済主体の属性やその時代特有のショック (例えば、規制の導入など) を捉えることは不可能となる。したがって、もしも従属変数が各経済主体の属性や時系列的なショックに強く影響されているとすれば、クロスセクションの分析では 'モデルにおける特定化の誤り (miss-specification)' に直面する。このような状況の下で、通常の実証分析を行うことは誤った結論を導き出す可能性が非常に高くなる。このような問題を解決する1つの手段としてパネルデータによる分析が挙げられる。パネルデータ分析は、同じ経済主体の時系列的なデータを利用することによって、そのような個々の経済主体の属性や時系列的なショックを制御し、より正しい実証結果を導き出すことが出来ると考えられる。

例えば、『生産の拡大が企業の投資需要を創り出す』という仮説にもとづいて、次のような企業の投資行動をパネルデータで分析したいとする。

$$(1) \quad y_{i,t} = \alpha_i + \beta x_{i,t} + v_{i,t} \quad i=1, 2, \dots, N, \quad t=1, 2, \dots, T$$

$y_{i,t}$ は投資支出, $x_{i,t}$ は生産量, α_i は企業の属性 (個別効果) を表わす。また $v_{i,t}$ は誤差項を表わし、

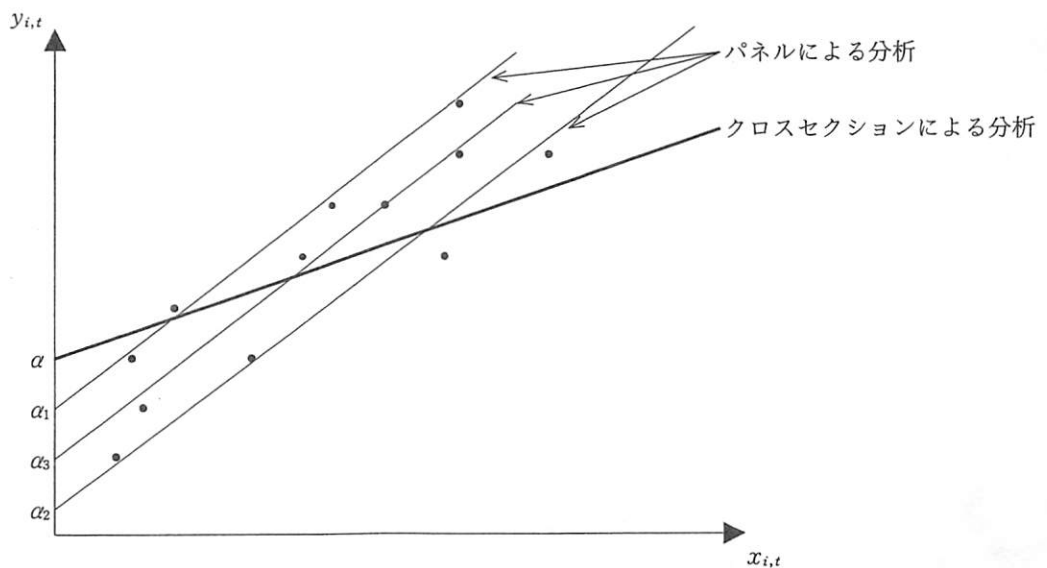


図1 パネルデータ分析とクロスセクション分析の違い

さしあたり期待値が0かつ標準偏差が σ_v となる独立的かつ同一的な分布に従うとする。生産財市場の需要の増大は、利潤の最大化を求めて行動する企業に新たに投資を刺激すると想定できる。従って、帰無仮説 $H_0: \beta > 0$ 対立仮説“それ以外”のどちらが統計的に支持されるかという仮説を検証することが我々の関心事となる。ここで、企業の属性とは『企業の技術的な能力』あるいは『経営者の能力』等を指すと考えられる。この α_i の違いを無視し、1時点のクロスセクションのデータで推定すれば、変数 $x_{i,t}$ の係数 β は過小に計測される(図1参照)。このように、企業の属性に違いがあればあるほど、この過小評価の程度は大きくなる。

以上のように、我々は個体間で属性(切片)が異なるモデルを考慮したいとき、誤差項の構造に関して次のような仮定を置いて議論すればよい。

$$(2) \quad y_{i,t} = \alpha + \beta x_{i,t} + u_{i,t} \quad i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T$$

$$(3) \quad u_{i,t} = \mu_i + v_{i,t}$$

$$(4) \quad E(v_{i,t})=0, E(v_{i,t}^2)=\sigma_v^2, E(v_{i,t}v_{j,s})=0 \quad (i \neq j) \quad (t \neq s)$$

通常の回帰分析において、異なっているところは $u_{i,t}$ の中に μ_i が存在する点である。(3)式を(2)式に代入すると、次式が得られる。

$$(5) \quad \begin{aligned} y_{i,t} &= \alpha + \beta x_{i,t} + \mu_i + v_{i,t} \\ &= \alpha + \mu_i + \beta x_{i,t} + v_{i,t} \\ &= \alpha_i + \beta x_{i,t} + v_{i,t} \end{aligned}$$

$$(6) \quad \alpha_i \equiv \alpha + \mu_i$$

ここで、 α_i (個体間での属性)は2通りに解釈することが可能である。

① 個体間で属性は決定的(非確率的)なパラメーターである。

この考え方に基づいた(5)式は、固定効果モデル(Fixed Effects Model)と呼ばれる¹⁾。

② 個体間で属性は確率的なパラメーターである。

この考え方に基づいた(5)式は、変量効果モデル(Random Effects Model)と呼ばれる²⁾。

それぞれの推定方法について、Boot and Wit (1960)のデータを用いて説明する。いずれの推定方

1) 固定効果モデルは、 $\alpha_i = \alpha + \mu_i$ をダミー変数として処理すれば、(3)式を最小二乗法により推定することができる。なぜなら、(3)式における誤差項 $v_{i,t}$ はGauss-Markov定理の特徴を満たしているからである。

2) 変量効果モデルにおいて、(1)式を一般化最小二乗法(GLS)により推定する。ここで、確率変数 μ_i に関して次のような仮定を施す。

$$E(\mu_i)=0, E(\mu_i^2)=\sigma_\mu^2, E(\mu_i\mu_j)=0 \quad (i \neq j)$$

$$E(\mu_i v_{i,t})=0, E(\mu_i | x_{i,t})=0$$

このとき、誤差項 $u_{i,t}$ は次のような特徴を持つ。

法もデータの加工を施して、最小二乗法を適用することによって導出することが出来る。以下、IIでは、個体間の属性の相違を考慮しないモデルの推定方法を、IIIでは、個体間の属性の相違が存在し、かつそれが決定的(非確率的)であることを仮定しているモデルの推定方法を、IVでは、個体間の属性の相違が存在し、かつそれが確率的であることを仮定しているモデルの推定方法を説明する。

II 個別効果を考慮しない回帰モデル (Pooled Model)

個体間の属性の相違が存在しない ($\mu_i=0$) と仮定して、次のモデルの推定をしよう³⁾。

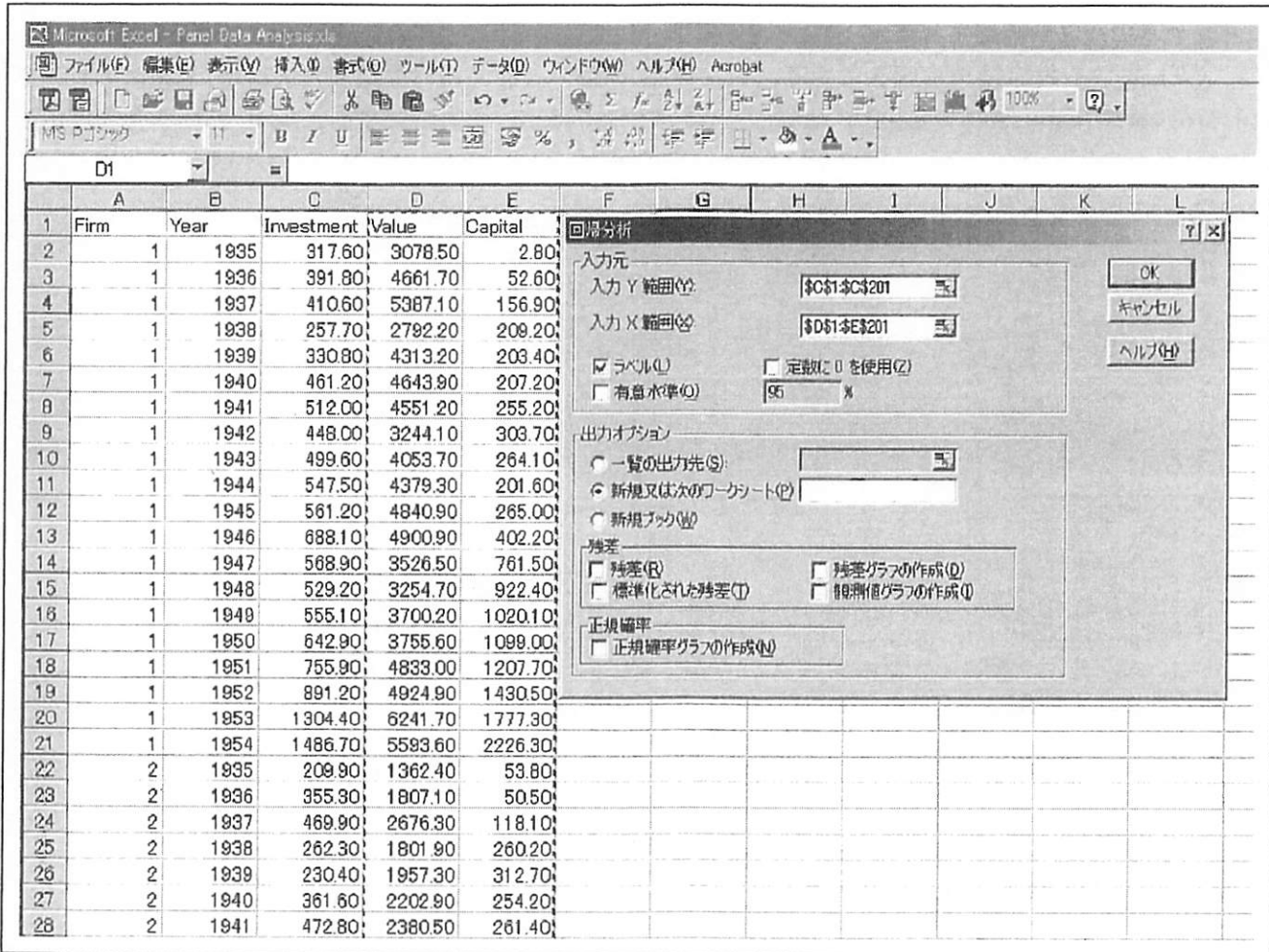


図 2 データセットと回帰分析のコマンド

$$E(u_{i,t})=0,$$

$$E(u_{i,t}u_{j,s}) = \begin{cases} \sigma_u^2 + \sigma_v^2 & (i=j, t=s) \\ \sigma_u^2 & (i=j, t \neq s) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

ここで、(1)式は Gauss-Markov 定理を満たしていない。すなわち、最小二乗法 (OLS) による推定値は有効性の欠けた推定値となる。

³⁾ 個体間の属性が存在しているにもかかわらず、この手法を採用した場合、 β の推定値は有効ではない (脚注 2 を参照)。すなわち研究者は不適当な推定値を報告していることになる。

$$(7) \quad y_{i,t} = \alpha + \beta_1 x_{i,t} + u_{i,t}$$

EXCELによる個別効果を考慮しない回帰モデル (Pooled Model) の推定は、通常回帰分析 (ここでは、2つの説明変数で表わされる多重回帰モデル) である。入力されたデータセットに対して、ツールバー上の『ツール』、『分析ツール』、『回帰分析』の順にクリックしていくと、図2のようなウィンドウが表示される。

ここで、「入力 Y の範囲 (Y)」とは、(7) 式における従属変数 $y_{i,t}$ のデータの範囲をさす。「入力 X の範囲 (X)」とは、(7) 式における説明変数のデータの範囲をさす。「OK」をクリックすると、最小二乗推定方法により推定される。

EXCELによる推定結果は図3である。切片の推定値は -42.714 (標準偏差9.51)、Value の推定値は 0.116 (標準偏差0.006)、Capital は 0.231 (標準偏差0.025) である。また、回帰式の標準誤差の大きさは94.41である。

Microsoft Excel - Panel Data Analysis.xls									
ファイル(F) 編集(E) 表示(O) 挿入(I) 書式(M) ツール(T) データ(D) ウィンドウ(W) ヘルプ(H) Acrobat									
MS Pジョック									
1	概要								
2									
3	回帰統計								
4	重相関 R	0.901937							
5	重決定 R2	0.812406							
6	補正 R2	0.810504							
7	標準誤差	94.4084							
8	観測数	200							
9									
10	分散分析表								
11		自由度	変動	分散	観測された分散比	有意 F			
12	回帰	2	7604093	3802047	426.5757	2.58E-72			
13	残差	197	1755850	8912.947					
14	合計	199	9359944						
15									
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
17	切片	-42.7144	9.511676	-4.49079	1.21E-05	-61.4722	-23.9566	-61.4722	-23.9566
18	Value	0.115562	0.005836	19.80259	9.54E-49	0.104054	0.127071	0.104054	0.127071
19	Capital	0.230678	0.025476	9.054808	1.35E-16	0.180438	0.280919	0.180438	0.280919
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									

図3 回帰分析 (Pooled Model) の推定結果

III 固定効果モデル (Fixed Effects Model)

固定効果モデル (Fixed Effects Model) とは、個体間の属性の相違が存在し、かつそれが決定的 (非確率的) であることを仮定しているモデルである⁴⁾。以下では、固定効果モデルにおける β の推定

量 b_w を示し, EXCEL による推定手順について説明する.

(7) 式は, 固体ごとの標本平均 $\left[\bar{y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{i,t}, \bar{x}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{i,t} \text{ 及び } \bar{u}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T u_{i,t} \right]$ についても成立する.

$$(8) \quad \bar{y}_i = \alpha + \beta_1 \bar{x}_i + \bar{u}_i$$

ここで, (7) 式から (8) 式を差し引くと,

$$(9) \quad (y_{i,t} - \bar{y}_i) = \beta(x_{i,t} - \bar{x}_i) + \varepsilon_{i,t}^w \quad (\text{データ数は } NT \text{ 個})$$

として表現される. このとき, $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T u_{i,t} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu_i + \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T v_{i,t} = \mu_i - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T v_{i,t}$ より, $\varepsilon_{i,t}^w = u_{i,t} - \bar{u}_i = v_{i,t} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T v_{i,t}$ である. $E(\varepsilon_{i,t}^w) = 0, E(\varepsilon_{i,t}^{w2}) = \sigma_v^2, E(\varepsilon_{i,t}^w \varepsilon_{j,s}^w) = 0 \quad (i \neq j) (t \neq s)$ であり, 誤

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Firm	Year	Investment	Value	Capital	PI	PV	PC	I-PI	V-PV	C-PC	
2	1	1935	317.60	3078.50	2.80	608.02	4333.85	648.44	-290.42	-1255.35	-645.64	
3	1	1936	391.80	4661.70	52.60	608.02	4333.85	648.44	-216.22	327.86	-595.84	
4	1	1937	410.60	5387.10	156.90	608.02	4333.85	648.44	-197.42	1053.26	-491.54	
5	1	1938	257.70	2792.20	209.20	608.02	4333.85	648.44	-350.32	-1541.65	-439.24	
6	1	1939	330.80	4313.20	203.40	608.02	4333.85	648.44	-277.22	-20.64	-445.04	
7	1	1940	461.20	4643.90	207.20	608.02	4333.85	648.44	-146.82	310.06	-441.24	
8	1	1941	512.00	4551.20	255.20	608.02	4333.85	648.44	-96.02	217.36	-393.24	
9	1	1942	448.00	3244.10	303.70	608.02	4333.85	648.44	-160.02	-1089.75	-344.74	
10	1	1943	499.60	4053.70	264.10	608.02	4333.85	648.44	-108.42	-280.15	-384.34	
11	1	1944	547.50	4379.30	201.60	608.02	4333.85	648.44	-60.52	45.46	-446.84	
12	1	1945	561.20	4840.90	265.00	608.02	4333.85	648.44	-46.82	507.06	-383.44	
13	1	1946	688.10	4900.90	402.20	608.02	4333.85	648.44	80.08	567.06	-246.24	
14	1	1947	568.80	3526.50	761.50	608.02	4333.85	648.44	-39.12	-807.34	-113.07	
15	1	1948	529.20	3254.70	822.40	608.02	4333.85	648.44	-78.82	-1079.15	273.97	
16	1	1949	555.10	3700.20	1020.10	608.02	4333.85	648.44	-52.92	-633.65	371.67	
17	1	1950	642.90	3755.60	1099.00	608.02	4333.85	648.44	34.88	-578.24	450.57	
18	1	1951	755.90	4833.00	1207.70	608.02	4333.85	648.44	147.88	499.16	559.27	
19	1	1952	891.20	4924.90	1430.50	608.02	4333.85	648.44	283.18	591.06	782.07	
20	1	1953	1304.40	6241.70	1777.30	608.02	4333.85	648.44	696.38	1907.86	1128.87	
21	1	1954	1486.70	5593.60	2226.30	608.02	4333.85	648.44	878.68	1259.76	1577.87	
22	2	1935	209.90	1362.40	53.80	410.48	1971.83	294.86	-200.58	-609.43	-241.06	
23	2	1936	355.30	1807.10	50.50	410.48	1971.83	294.86	-55.18	-164.73	-244.36	
24	2	1937	469.90	2676.30	118.10	410.48	1971.83	294.86	59.43	704.48	-176.76	
25	2	1938	262.30	1801.90	260.20	410.48	1971.83	294.86	-148.18	-169.93	-34.66	
26	2	1939	230.40	1957.30	312.70	410.48	1971.83	294.86	-180.08	-14.53	17.85	
27	2	1940	361.60	2202.90	254.20	410.48	1971.83	294.86	-48.88	231.08	-40.66	
28	2	1941	472.80	2380.50	261.40	410.48	1971.83	294.86	62.33	408.68	-33.46	
29	2	1942	435.60	2169.60	289.70	410.48	1971.83	294.86	25.12	106.79	22.84	

図 4 データセットの加工

4) 個体間の非確率的な属性が存在するかどうかを統計的に検証したいときは, 「Econometric Analysis of Panel Data」, Badi H. Baltagi, (1995), Chapter 2, WILEY を参照せよ.

差項 ε_{it} は、Gauss-Markov 定理の仮定を満たしている。従って、(9) 式を最小二乗法で推定すれば、 β の推定量 b_w 及び方程式の標準誤差 s_w を求めることができる。この推定値 b_w は Within Estimator と呼ばれる。

EXCEL による固定効果モデル (Fixed Effects Model) の手順は以下のとおりである。

- ① 変数において各個体ごとの標本平均を求める (図4におけるF列 [変数名:PI], G列 [変数名:PV], H列 [変数名:PC])。
- ② 変数において①で求めた標本平均からの差分を求める (図4におけるI列 [変数名:I-PI], J列 [変数名:I-PV], K列 [変数名:I-PC])。
- ③ I列 [変数名:I-PI] を被説明変数, J列 [変数名:I-PV] 及びK列 [変数名:I-PC] を説明変数とするデータセットに対して, 最小二乗推定法を実行する。ここで, エクセルによる回帰分析を行う際, 2つの注意すべき点が挙げられる。1つ目は, (9) 式を推定する際, 定数項を含めないことである。2つ目は, (9) 式で計算された標準誤差 (s_w) が不偏性のない推定値であるので,

$$\sqrt{\frac{NT-K}{N(T-1)-K}}$$

を掛けることによって不偏性を持つ標準誤差 (s_w^*) に修正する必要がある。

EXCEL による推定結果は図5に示されている。V-PV (Value) の推定値は0.110, C-CV (Capital) の推定値は0.310である。回帰式の標準誤差 (51.42) は $\sqrt{\frac{20 \times 10 - 2}{20(10-1) - 2}}$ だけ修正され $52.77 \left[= \sqrt{\frac{20 \times 10 - 2}{20(10-1) - 2}} \times 51.42 \right]$ である。同様に, V-PV (Value) の標準偏差は $0.012 = \sqrt{\frac{20 \times 10 - 2}{20(10-1) - 2}} \times 0.0116$, C-CV (Capital) の標準偏差は $0.017 = \sqrt{\frac{20 \times 10 - 2}{20(10-1) - 2}} \times 0.0169$ に修正される。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	概要												
2													
3	回帰統計												
4	重相関 R	0.875647											
5	重決定 R2	0.766758											
6	補正 R2	0.760529											
7	標準誤差	51.41818											
8	観測数	200											
9													
10	分散分析表												
11		自由度	変動	分散	割られた分散	有意 F							
12	回帰	2	1720874	860437.1	325.4511	3.65E-63							
13	残差	198	523478.1	2643829									
14	合計	200	2244352										
15													
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%				
17	切片	0	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A				
18	V-PV	0.110124	0.011553	9.53172	5.79E-18	0.08794	0.192907	0.08794	0.192907				
19	C-PC	0.310065	0.016911	18.33558	1.51E-44	0.276717	0.343413	0.276717	0.343413				
20													

図5 回帰分析 (固定効果モデル) の推定結果

IV 変量効果モデル (Random Effects Model)

変量効果モデル (Random Effects Model) とは、個体間の属性の相違が存在し、かつそれが確率的であることを仮定しているモデルである。変量効果モデルにおける β の推定量 b_{GLS} は、Within Estimator b_w と Between Estimator b_B を加重ウェイトで平均された推定量となる⁵⁾。詳細な解説は Baltagi (1995) に譲るとして、ここでは、エクセルによる変量効果モデルにおける β の推定量 b_{GLS} の方法について解説を行う。実は、エクセルによる変量効果モデルにおける β の推定量 b_{GLS} は、3段階の最小二乗法を施すことによってその推定値を求めることができる。以下では、 b_{GLS} の導出方法について段階的に示す。

ステップ1：Within Estimator b_w の導出

前節の手法を施すことにより、Within Estimator の推定値を求めることができる。

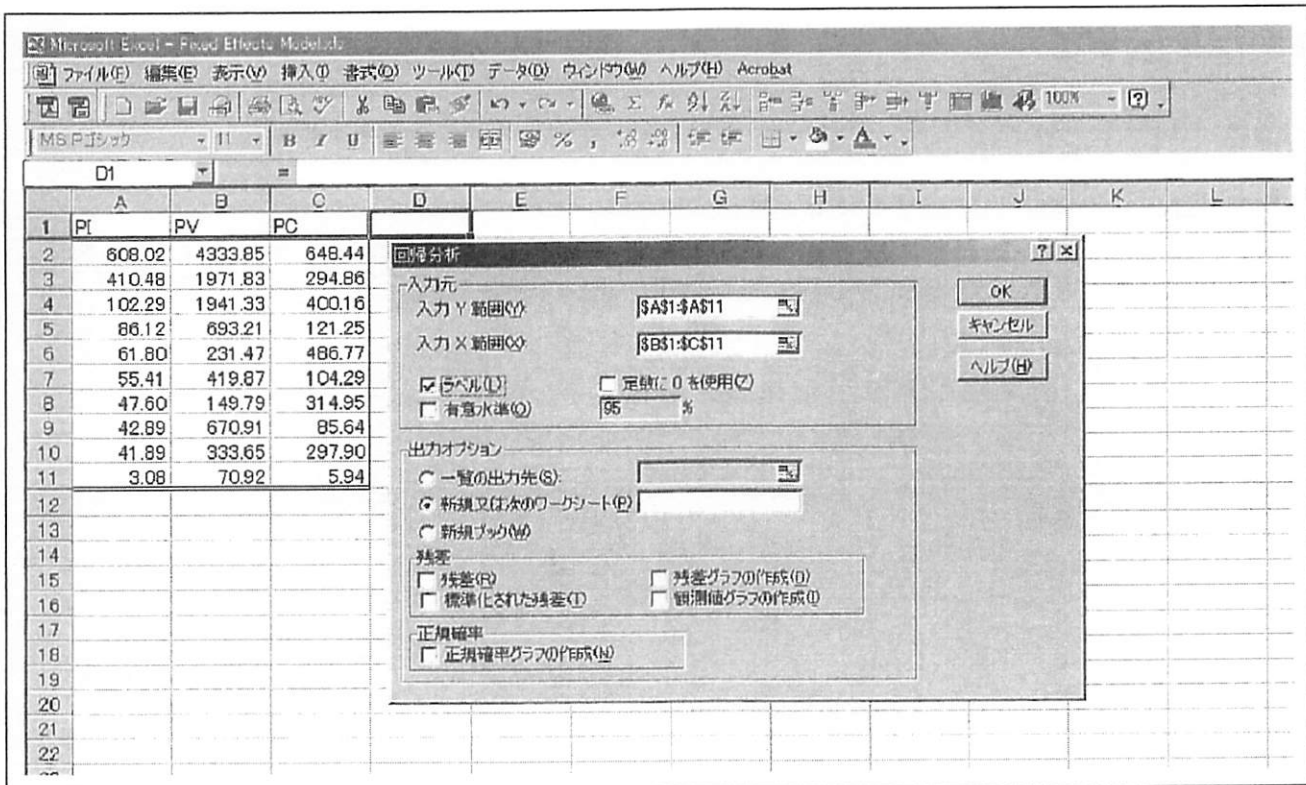


図 6 データセットの加工

ステップ2：Between Estimator b_B の導出

(8) 式において、 $\bar{u}_i \equiv \varepsilon_i^B$ を誤差項とする回帰式を最小二乗法により用いて推定する (図 6 参照)。このとき、 β の推定量 b_B 及び (8) 式の標準誤差 s_B を求めることができる。ここで、推定量 b_B は Between Estimator と呼ばれる。 b_B の推定の際に用いられるデータの個数は N である。

EXCEL による推定結果は図 7 に示されている。切片の推定値は -8.527 (標準偏差 47.51)、Value の推定値は 0.135 (標準偏差 0.029)、Capital は 0.032 (標準偏差 0.191) である。

⁵⁾ 変量効果モデルにおける β の推定量 b_{GLS} の詳細な解説は、Baltagi (1995)、第 2 章および第 3 章を参照せよ。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	概要											
2												
3	回帰統計											
4	重相関 R	0.926158										
5	重決定 R2	0.857768										
6	補正 R2	0.817131										
7	標準誤差	85.02366										
8	観測数	10										
9												
10	分散分析表											
11		自由度	変動	分散	割された分散	有意 F						
12	回帰	2	305176.4	152588.2	21.10772	0.001085						
13	残差	7	50603.16	7229.023								
14	合計	9	355779.6									
15												
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%			
17	切片	-8.52711	47.51531	-0.17946	0.86266	-120.883	103.8287	-120.883	103.8287			
18	PV	0.134646	0.028745	4.684082	0.00225	0.066674	0.202618	0.066674	0.202618			
19	PC	0.032031	0.190938	0.167759	0.871517	-0.41946	0.483527	-0.41946	0.483527			
20												

図7 回帰分析 (Between Model) の推定結果

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Firm	Year	Investment	Value	Capital	PI	PV	PC	I-φ × PI	V-φ × PV	V-φ × PC	
2	1	1935	317.60	3078.50	2.80	608.02	4333.85	648.44	-206.04	-653.91	-555.65	
3	1	1936	391.80	4661.70	52.60	608.02	4333.85	648.44	-131.84	929.29	-505.85	
4	1	1937	410.60	5387.10	156.90	608.02	4333.85	648.44	-113.04	1654.68	-401.55	
5	1	1938	257.70	2792.20	209.20	608.02	4333.85	648.44	-265.94	-940.21	-349.25	
6	1	1939	330.80	4313.20	203.40	608.02	4333.85	648.44	-192.84	580.79	-355.05	
7	1	1940	461.20	4649.90	207.20	608.02	4333.85	648.44	-62.44	911.49	-351.25	
8	1	1941	512.00	4551.20	255.20	608.02	4333.85	648.44	-11.64	818.79	-303.25	
9	1	1942	448.00	3244.10	309.70	608.02	4333.85	648.44	-75.64	-488.31	-254.75	
10	1	1943	499.60	4053.70	264.10	608.02	4333.85	648.44	-24.04	321.29	-294.35	
11	1	1944	547.50	4379.90	201.60	608.02	4333.85	648.44	23.86	646.89	-356.85	
12	1	1945	561.20	4840.90	265.00	608.02	4333.85	648.44	37.56	1108.48	-293.45	
13	1	1946	688.10	4900.90	402.20	608.02	4333.85	648.44	164.46	1168.48	-156.25	
14	1	1947	568.90	3526.50	761.50	608.02	4333.85	648.44	45.26	-205.91	203.05	
15	1	1948	529.20	3254.70	922.40	608.02	4333.85	648.44	5.56	-477.71	363.95	
16	1	1949	555.10	3700.20	1020.10	608.02	4333.85	648.44	31.46	-32.21	461.65	
17	1	1950	642.90	3755.60	1099.00	608.02	4333.85	648.44	119.26	23.19	540.55	
18	1	1951	755.90	4833.00	1207.70	608.02	4333.85	648.44	232.26	1100.59	649.25	
19	1	1952	891.20	4924.90	1430.50	608.02	4333.85	648.44	367.56	1192.49	872.05	
20	1	1953	1304.40	6241.70	1777.30	608.02	4333.85	648.44	780.76	2509.29	1218.85	
21	1	1954	1486.70	5593.60	2226.30	608.02	4333.85	648.44	963.06	1861.19	1667.85	
22	2	1935	209.90	1362.40	53.80	410.48	1971.83	294.86	-143.61	-335.78	-200.14	
23	2	1936	355.90	1807.10	50.50	410.48	1971.83	294.86	1.79	108.92	-203.44	
24	2	1937	469.90	2676.30	118.10	410.48	1971.83	294.86	116.39	978.12	-135.84	
25	2	1938	262.30	1801.90	260.20	410.48	1971.83	294.86	-91.21	103.72	6.26	
26	2	1939	230.40	1957.30	312.70	410.48	1971.83	294.86	-123.11	259.12	59.76	
27	2	1940	361.60	2202.90	254.20	410.48	1971.83	294.86	8.09	504.72	0.26	
28	2	1941	472.80	2380.50	261.40	410.48	1971.83	294.86	119.29	682.32	7.46	

図8 データセットの加工 (その1)

1	Firm	Year	Investment	Value	Capital	PI	PV	PC	V-θ × PI	V-θ × PV	V-θ × PC
2	1	1935	317.60	3078.50	2.80	608.02	4333.85	648.44	-206.04	-653.91	-555.65
3									8.44	-131.84	929.29
4									8.44	-113.04	1654.69
5									8.44	-265.94	-940.21
6									8.44	-192.84	580.79
7									8.44	-62.44	911.49
8									8.44	-11.64	818.79
9									8.44	-75.64	-488.31
10									8.44	-24.04	321.29
11									8.44	23.86	646.89
12									8.44	37.56	1108.49
13									8.44	164.46	1168.49
14									8.44	45.26	-205.91
15									8.44	5.56	-477.71
16									8.44	31.46	-32.21
17									8.44	119.26	23.19
18									8.44	232.26	1100.59
19									8.44	367.56	1192.49
20									8.44	780.76	2509.29
21									8.44	983.06	1961.19
22	2	1935	208.90	1362.40	53.80	410.48	1971.83	294.86	-143.61	-335.78	-200.14
23	2	1936	355.30	1807.10	50.50	410.48	1971.83	294.86	1.79	108.92	-203.44
24	2	1937	469.90	2676.30	118.10	410.48	1971.83	294.86	116.39	978.12	-135.84
25	2	1938	262.30	1801.90	260.20	410.48	1971.83	294.86	-91.21	103.72	6.26
26	2	1939	230.40	1957.30	312.70	410.48	1971.83	294.86	-123.11	259.12	58.76
27	2	1940	361.60	2202.90	254.20	410.48	1971.83	294.86	8.09	504.72	0.26
28	2	1941	472.80	2380.50	261.40	410.48	1971.83	294.86	119.29	682.32	7.46

図 9 データセットの加工 (その2)

1	概要												
2													
3		回帰統計											
4	重相関 R	0.877213											
5	重決定 R2	0.769503											
6	補正 R2	0.767163											
7	標準誤差	52.78556											
8	観測数	200											
9													
10		分散分析表											
11		自由度	変動	分散	割された分量	有意 F							
12	回帰	2	1832487	916243.3	328.8369	1.67E-63							
13	残差	197	548904.1	2786.315									
14	合計	199	2381391										
15													
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%				
17	切片	-8.02805	4.01049	-2.00126	0.046736	-15.9351	-0.11704	-15.9351	-0.11704				
18	V-θ × PV	0.109781	0.010493	10.46266	1.17E-20	0.089089	0.130474	0.089089	0.130474				
19	V-θ × PC	0.308113	0.01718	17.93391	2.81E-43	0.274232	0.341994	0.274232	0.341994				

図 10 回帰分析 (GLS) の推定結果

ステップ3：の計算

(9) 式による修正された標準誤差 s_w^* と (8) 式による標準誤差を使って、次の値を計算する。

$$(11) \quad \theta = 1 - \frac{s_w}{\sqrt{T} \times s_B}$$

この例においては、 $\theta = 1 - \frac{52.77}{\sqrt{20} \times 85.02}$ である。

ステップ4：GLS Estimator b_{GLS} の導出

ステップ3で求めた θ を用いて、以下の回帰式を推定する。

$$(12) \quad (y_{i,t} - \theta \bar{y}_i) = \alpha + \beta(x_{i,t} - \theta \bar{x}_i) + \varepsilon_{i,t} \quad (\text{データ数は個})$$

$y_{i,t} - \theta \bar{y}_i$ 及び $x_{i,t} - \theta \bar{x}_i$ を計算 (図8参照) して、そのデータセットに対して最小二乗法を適用すれば、 β の推定量 b_{GLS} および (12) 式の標準誤差 s_G を求めることができる (図9参照)。このとき、推定値 b_{GLS} は GLS Estimator と呼ばれる。

EXCEL による推定結果は図10に示されている。V- θ ・PV (Value) の推定値は0.110, C- θ ・CV (Capital) の推定値は0.308である。回帰式の標準誤差の大きさは52.79である。

V 特定化検定

個別効果を無視した (i) 個別効果を考慮しない回帰モデル、(ii) 固定効果モデル、(iii) 変量効果モデルの特定化に関する検定は、エクセルを用いても行うことができるがかなりの煩雑さを伴う。従って、ここでは、検定統計量と Boot and Wit (1960) のデータを用いた検定結果を示す。

まず、(i) 個別効果を考慮しない回帰モデルと (ii) 固定効果モデルおよび (i) 個別効果を考慮しない回帰モデルと (iii) 変量効果モデルは、それぞれ入れ子 (nested) 型になっており、モデルの特定化に関する仮説検定を行うことができる。

(i) と (ii) の特定化検定における帰無仮説は、

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{N-1} = 0$$

であり、ここで、 $\mu_i (i=1, 2, 3, \dots, N)$ は、(6) 式における個別効果を表わすダミー変数である。すなわち、帰無仮説は個別効果を考慮しない回帰モデルを支持しており、対立仮説は固定効果モデルを支持する。検定統計量は次の自由度 $N+T-2$, $(N-1)(T-1)-K$ の F 分布に従うことが知られている。⁶⁾

$$(13) \quad F = \frac{(RRSS - URSS)/(N-1)}{URSS/N(T-1) - K} \sim F_{(N-1), N(T-1)-K}$$

ここで、RRSS は個別効果を考慮しない回帰式の残差二乗和、URSS は固定効果回帰式の残差二乗和、

⁶⁾ 詳細は、Baltagi (1995)、第2章および第3章を参照せよ。

K は説明変数の数を表わす。Boot and Wit (1960) のデータを用いた検定推定量は、

$$(14) \quad F = 46.56 > F_{9,178} = 1.94$$

で有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。従って、モデルに何らかの個別効果が存在していることを示している。

(i) と (iii) の仮説検定における帰無仮説は、

$$H_0: \sigma_{\mu}^2 = 0$$

であり、ここで、 σ_{μ}^2 は、脚注 2 における μ_i が従う分布における分散を表わすパラメータである。このとき、検定統計量は漸近的に次の自由度 1 の χ^2 乗分布に従うことが知られている。⁷⁾

$$(15) \quad LM = \frac{NT}{2(T-1)} \left[1 - \frac{\tilde{u}'(I_N \otimes J_T)\tilde{u}}{\tilde{u}'\tilde{u}} \right] \sim \chi^2$$

ここで、 \tilde{u} は個別効果を考慮しない回帰式の残差ベクトル、 I_T は $T \times T$ の単位行列、 J_T は $N \times N$ の要素がすべて 1 の正方行列、 \otimes はクロネッカー積を表わす。Boot and Wit (1960) のデータを用いた検定推定量は、

$$(16) \quad LM = 798.162 > \chi_{0.05}^2 = 3.841$$

で有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。従って、(i) と (ii) の仮説検定の結果と同様に、何らかの個別効果が存在することを示している。

推定モデルとして、(ii) 固定効果モデルと (iii) 変量効果モデルのどちらが適当であるかに関する検定は、(ii) 固定効果モデルと (iii) 変量効果モデルは非入れ子型になっているので、パラメータ β の推定量に対してハウスマン型の特定化検定を行うことで検証することができる。この特定化検定は、帰無仮説 $H_0: E[u_{i,t} | X_{i,t}] = 0$ であり、帰無仮説の下では変量効果モデルの推定量 b_{GLS} および固定効果モデルの推定量 b_w は一致推定量であるが、 b_{GLS} のほうが有効推定量となる。他方、対立仮説の下では、 b_w は一致推定量であるが b_{GLS} は一致推定量でなくなる。すなわち、帰無仮説の下では (iii) 変量効果モデルが選択され、対立仮説の下では固定効果モデルが選択される。この検定統計量は、漸近的に次の自由度 K の χ^2 乗分布に従うことが知られている。

$$(17) \quad H = q' V^{-1} q \sim \chi_K^2$$

ここで、 $q = b_{GLS} - b_w$ 、 $V = \text{Var}(q)$ を表わす。Boot and Wit (1960) のデータを用いた検定推定量は、

⁷⁾ 詳細は、Baltagi (1995)、第 4 章を参照せよ。

$$(18) \quad H=2.330 < \chi_{0.05}^2=5.99$$

で有意水準5%で帰無仮説を棄却できない。従って、変量効果モデルが選択されることになる。

VI 結びにかえて

本論文では、EXCELによるパネルデータによる実証分析の推定方法について、Boot and Wit (1960) のデータを用いて説明した。様々な推定方法が存在するが、いずれの推定方法もデータの加工を施して、最小二乗法を適用することによってEXCELでも実行することができる。

補論 データセット (Boot and Wit(1960))

Firm	Year	Investment	Value	Capital	Firm	Year	Investment	Value	Capital
1	1935	317.60	3078.50	2.80	2	1953	641.00	2031.30	623.60
1	1936	391.80	4661.70	52.60	2	1954	459.30	2115.50	669.70
1	1937	410.60	5387.10	156.90	3	1935	33.10	1170.60	97.80
1	1938	257.70	2792.20	209.20	3	1936	45.00	2015.80	104.40
1	1939	330.80	4313.20	203.40	3	1937	77.20	2803.30	118.00
1	1940	461.20	4643.90	207.20	3	1938	44.60	2039.70	156.20
1	1941	512.00	4551.20	255.20	3	1939	48.10	2256.20	172.60
1	1942	448.00	3244.10	303.70	3	1940	74.40	2132.20	186.60
1	1943	499.60	4053.70	264.10	3	1941	113.00	1834.10	220.90
1	1944	547.50	4379.30	201.60	3	1942	91.90	1588.00	287.80
1	1945	561.20	4840.90	265.00	3	1943	61.30	1749.40	319.90
1	1946	688.10	4900.90	402.20	3	1944	56.80	1687.20	321.30
1	1947	568.90	3526.50	761.50	3	1945	93.60	2007.70	319.60
1	1948	529.20	3254.70	922.40	3	1946	159.90	2208.30	346.00
1	1949	555.10	3700.20	1020.10	3	1947	147.20	1656.70	456.40
1	1950	642.90	3755.60	1099.00	3	1948	146.30	1604.40	543.40
1	1951	755.90	4833.00	1207.70	3	1949	98.30	1431.80	618.30
1	1952	891.20	4924.90	1430.50	3	1950	93.50	1610.50	647.40
1	1953	1304.40	6241.70	1777.30	3	1951	135.20	1819.40	671.30
1	1954	1486.70	5593.60	2226.30	3	1952	157.30	2079.70	726.10
2	1935	209.90	1362.40	53.80	3	1953	179.50	2371.60	800.30
2	1936	355.30	1807.10	50.50	3	1954	189.60	2759.90	888.90
2	1937	469.90	2676.30	118.10	4	1935	40.29	417.50	10.50
2	1938	262.30	1801.90	260.20	4	1936	72.76	837.80	10.20
2	1939	230.40	1957.30	312.70	4	1937	66.26	883.90	34.70
2	1940	361.60	2202.90	254.20	4	1938	51.60	437.90	51.80
2	1941	472.80	2380.50	261.40	4	1939	52.41	679.70	64.30
2	1942	445.60	2168.60	298.70	4	1940	69.41	727.80	67.10
2	1943	361.60	1985.10	301.80	4	1941	68.35	643.60	75.20
2	1944	288.20	1813.90	279.10	4	1942	46.80	410.90	71.40
2	1945	258.70	1850.20	213.80	4	1943	47.40	588.40	67.10
2	1946	420.30	2067.70	132.60	4	1944	59.57	698.40	60.50
2	1947	420.50	1796.70	264.80	4	1945	88.78	846.40	54.60
2	1948	494.50	1625.80	306.90	4	1946	74.12	893.80	84.80
2	1949	405.10	1667.00	351.10	4	1947	62.68	579.00	96.80
2	1950	418.80	1677.40	357.80	4	1948	89.36	694.60	110.20
2	1951	588.20	2289.50	342.10	4	1949	78.98	590.30	147.40
2	1952	645.50	2159.40	444.20	4	1950	100.66	693.50	163.20

Firm	Year	Investment	Value	Capital	Firm	Year	Investment	Value	Capital
4	1951	160.62	809.00	203.50	7	1943	44.28	108.80	300.30
4	1952	145.00	727.00	290.60	7	1944	70.80	118.20	318.20
4	1953	174.93	1001.50	346.10	7	1945	44.12	126.50	336.20
4	1954	172.49	703.20	414.90	7	1946	48.98	156.70	351.20
5	1935	39.68	157.70	183.20	7	1947	48.51	119.40	373.60
5	1936	50.73	167.90	204.00	7	1948	50.00	129.10	389.40
5	1937	74.24	192.90	236.00	7	1949	50.59	134.80	406.70
5	1938	53.51	156.70	291.70	7	1950	42.53	140.80	429.50
5	1939	42.65	191.40	323.10	7	1951	64.77	179.00	450.60
5	1940	46.48	185.50	344.00	7	1952	72.68	178.10	466.90
5	1941	61.40	199.60	367.70	7	1953	73.86	186.80	486.20
5	1942	39.67	189.50	407.20	7	1954	89.51	192.70	511.30
5	1943	62.24	151.20	426.60	8	1935	12.93	191.50	1.80
5	1944	52.32	187.70	470.00	8	1936	25.90	516.00	0.80
5	1945	63.21	214.70	499.20	8	1937	35.05	729.00	7.40
5	1946	59.37	232.90	534.60	8	1938	22.89	560.40	18.10
5	1947	58.02	249.00	566.60	8	1939	18.84	519.90	23.50
5	1948	70.34	224.50	595.30	8	1940	28.57	628.50	26.50
5	1949	67.42	237.30	631.40	8	1941	48.51	537.10	36.20
5	1950	55.74	240.10	662.30	8	1942	43.34	561.20	60.80
5	1951	80.30	327.30	683.90	8	1943	37.02	617.20	84.40
5	1952	85.40	359.40	729.30	8	1944	37.81	626.70	91.20
5	1953	91.90	398.40	774.30	8	1945	39.27	737.20	92.40
5	1954	81.43	365.70	804.90	8	1946	53.46	760.50	86.00
6	1935	20.36	197.00	6.50	8	1947	55.56	581.40	111.10
6	1936	25.98	210.30	15.80	8	1948	49.56	662.30	130.60
6	1937	25.94	223.10	27.70	8	1949	32.04	583.80	141.80
6	1938	27.53	216.70	39.20	8	1950	32.24	635.20	136.70
6	1939	24.60	286.40	48.60	8	1951	54.38	723.80	129.70
6	1940	28.54	298.00	52.50	8	1952	71.78	864.10	145.50
6	1941	43.41	276.90	61.50	8	1953	90.08	1193.50	174.80
6	1942	42.81	272.60	80.50	8	1954	68.60	1188.90	213.50
6	1943	27.84	287.40	94.40	9	1935	26.63	290.60	162.00
6	1944	32.60	330.30	92.60	9	1936	23.39	291.10	174.00
6	1945	39.03	324.40	92.30	9	1937	30.65	335.00	183.00
6	1946	50.17	401.90	94.20	9	1938	20.89	246.00	198.00
6	1947	51.85	407.40	111.40	9	1939	28.78	356.20	208.00
6	1948	64.03	409.20	127.40	9	1940	26.93	289.80	223.00
6	1949	68.16	482.20	149.30	9	1941	32.08	268.20	234.00
6	1950	77.34	673.80	164.40	9	1942	32.21	213.30	248.00
6	1951	95.30	676.90	177.20	9	1943	35.69	348.20	274.00
6	1952	99.49	702.00	200.00	9	1944	62.47	374.20	282.00
6	1953	127.52	793.50	211.50	9	1945	52.32	387.20	316.00
6	1954	135.72	927.30	238.70	9	1946	56.95	347.40	302.00
7	1935	24.43	138.00	100.20	9	1947	54.32	291.90	333.00
7	1936	23.21	200.10	125.00	9	1948	40.53	297.20	359.00
7	1937	32.78	210.10	142.40	9	1949	32.54	276.90	370.00
7	1938	32.54	161.20	165.10	9	1950	43.48	274.60	376.00
7	1939	26.65	161.70	194.80	9	1951	56.49	339.90	391.00
7	1940	33.71	145.10	222.90	9	1952	65.98	474.80	414.00
7	1941	43.50	110.60	252.10	9	1953	66.11	496.00	443.00
7	1942	34.46	98.10	276.30	9	1954	49.34	474.50	468.00

Firm	Year	Investment	Value	Capital	Firm	Year	Investment	Value	Capital
10	1935	2.54	70.91	4.50	10	1945	1.36	65.85	3.31
10	1936	2.00	87.94	4.71	10	1946	2.24	69.54	3.23
10	1937	2.19	82.20	4.57	10	1947	3.81	64.97	3.90
10	1938	1.99	58.72	4.56	10	1948	5.66	68.00	5.38
10	1939	2.03	80.54	4.38	10	1949	4.21	71.24	7.39
10	1940	1.81	86.47	4.21	10	1950	3.42	69.05	8.74
10	1941	2.14	77.68	4.12	10	1951	4.67	83.04	9.07
10	1942	1.86	62.16	3.83	10	1952	6.00	74.42	9.93
10	1943	0.93	62.24	3.58	10	1953	6.53	63.51	11.68
10	1944	1.18	61.82	3.41	10	1954	5.12	58.12	14.33

謝辞

本論文は、1999年度及び2000年度の流通科学大学商学部特別講座（パネルデータ分析）において、使用したノートをもとに作成している。衣笠達夫教授（流通科学大学）及び中山徳良助教授（流通科学大学）からは、その際適切な助言を頂きました。ここに感謝いたします。

[参考文献]

1. 和合肇・伴金美, 「TSPによる経済分析」, 東京大学出版.
2. Badi H. Baltagi, "Econometric Analysis of Panel Data," (1995) WILEY.
3. Boot and Wit, "Investment demand: an empirical contribution to the aggregation problem," *International Economic Review*, (1960).