

自由投稿

左室容積計測における Dodge 法と Chapman 法の比較

(1) 楕円体及び非楕円体のシミュレーションによる比較

(福島県シネ撮影技術研究会)

星総合病院 放射線科 佐藤 政春

1. はじめに

左室造影から左室容積を求める手法としては1950年代から、左室を楕円体と見立てた direct-axis 法、area product 法、Chapman¹⁾²⁾³⁾らの Simpson の近似式による積分法などが研究されていた。1960年代に Dodge、Sandler¹⁾²⁾らが direct axis 法と area product 法から発展させた Area-length 法を報告するとその簡便さから広く応用されるに至った。その後、撮影方向に斜位撮影が用いられると、これらの1方向、2方向斜位撮影にも Dodge 法が応用された。また左室内腔の形態や乳頭筋と肉柱の補正のための回帰方程式が撮影方向に応じて数多く報告されるようになった。しかしながら Chapman 法についての回帰方程式は報告されていない。Chapman 法は計算が非常に複雑であること、回帰補正式が追試されていないことから臨床では敬遠され Dodge の Area-length 法のみが、その簡便さから広く普及したと思われる。⁴⁾⁵⁾⁶⁾最近の解析システムには両者を組み込んだ装置もあり、ま

た Chapman 法を用いた報告も聞かれるようになった。⁷⁾今回幾何学モデルを用いコンピューターシミュレーションにより両者の比較を行ったので報告する。

2. 方法

(1) Dodge 法 (area-length 法)⁴⁾⁵⁾⁶⁾

楕円の面積A、楕円体の体積V、回転楕円体の体積Vはそれぞれの径から公式により求まる。これらの式を変形代入することにより、楕円体の体積を楕円の面積Aと径の長さLで表すことができ、楕円体の体積V_{EG}は次式で与えられる。(図1)

$$V_{EG} = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{A_{RAO} A_{LAO}}{L_{LAO}} \quad (1)$$

ここで楕円体が回転楕円体とすれば、式を変形してRAO1方向からでも体積が求められる。

$$V_{EG} = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{A_{RAO} A_{RAO}}{L_{RAO}} \quad (2)$$

ここでV_{EG} (elliptical geometric volume) は楕円体

図1 Dodge法

楕円の面積、楕円体の体積公式

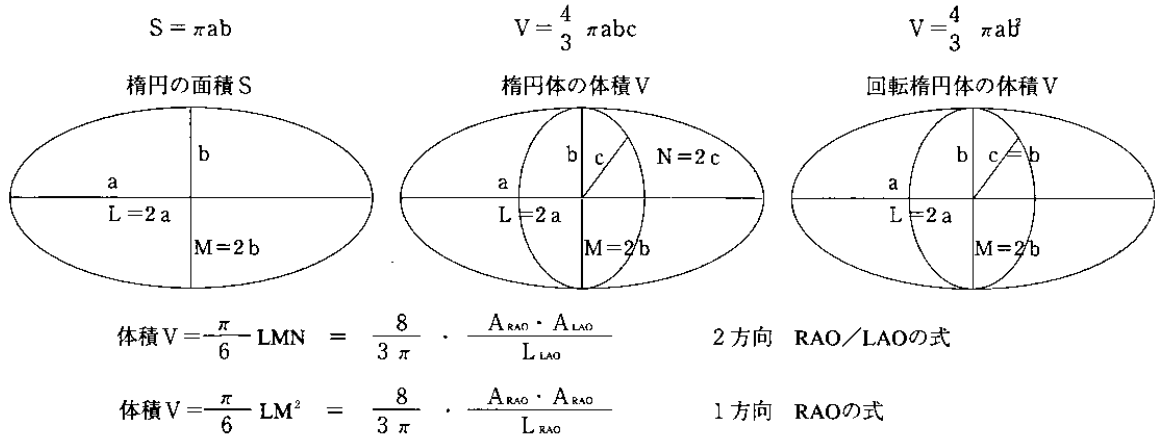


図2 Chapman法

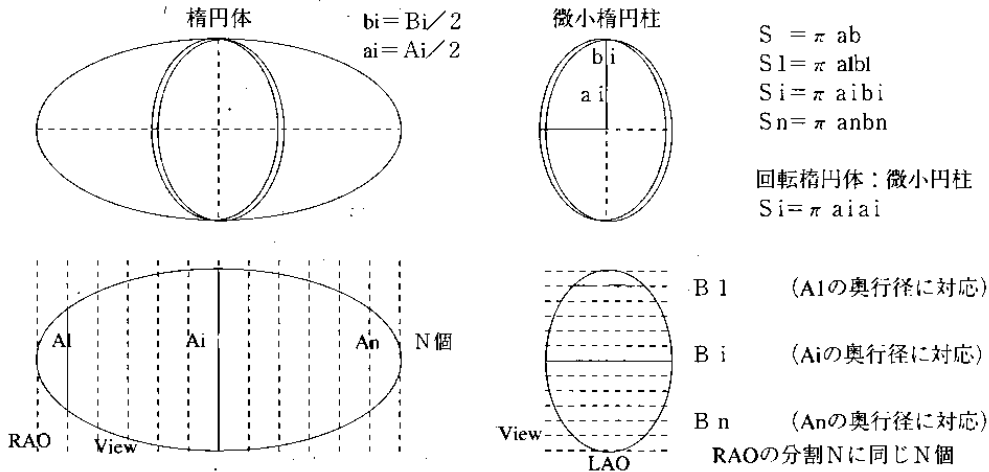
Chapman法 (積分法)

楕円の面積 $S = \pi ab$

*回転楕円体: ($a = b = r$)

楕円体をピッチ h で n 個の微小楕円柱を作る

楕円体の体積 $V = \sum S_i \times h$



として幾何学的に求めた容積である。実際に左室容積 V_{LV} (LV volume) を得るには補正が必要のため V_{EG} と V_{LV} とは区別しておく。また初期の正側撮影においては A_{RAO} 、 A_{LAO} はそれぞれ A_{AP} 、 A_{LA} が用いられた。¹⁾²⁾⁵⁾

今回の Dodge 法の計算には式(1)、(2)を用いた。

(2) Chapman 法 (積分法)¹⁾³⁾⁵⁾

左室を楕円体と仮定し体積 V は微小楕円柱の総和 (積分) として求める方法で、図2に示すように、短径方向を RAO、長径方向を LAO の投影とする。RAO で投影された楕円を間隔 h ずつ長径と直角に切り出し ($A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$) n 個の切片を得る。LAO で投影された楕円を切片個数 n 個を対応させ長径と直角に切り出す ($B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$)、微小楕円柱の短径 (a)、長径 (b) はそれぞれの切り出し径 (A_i, B_i) の $1/2$ として (a, b) 微小楕円柱の面積 S_i を求める。 $S_1 = \pi a_1 b_1, S_2 = \pi a_2 b_2, \dots, S_n = \pi a_n b_n$ 体積 V は

$$V_G = \sum \Delta V_i = \sum S_i \cdot h \quad (3)$$

ただし 1 方向の場合には微小円柱の総和となり $S_1 = \pi a_1^2, S_2 = \pi a_2^2, \dots, S_n = \pi a_n^2, \dots, S_n = \pi a_n^2$ となる ($a=b$: 切片が円形)

$$\begin{aligned} S &= \pi ab \\ S_1 &= \pi a_1 b_1 \\ S_i &= \pi a_i b_i \\ S_n &= \pi a_n b_n \end{aligned}$$

回転楕円体: 微小円柱
 $S_i = \pi a_i a_i$

B 1 (A1の奥行径に対応)
 B i (Aiの奥行径に対応)
 B n (Anの奥行径に対応)
 RAOの分割Nと同じN個

分割数が少ない場合には定積分の近似公式である Simpson の公式を用ることにより精度を上げることができる。

関数 $f(x)$ の定積分 $S = \int_a^b f(x) dx$ を求める近似式は Simpson の公式として知られている。

$$S = (h/3) \{ (y_0 + y_{2m}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2}) \}$$

Simpson の公式 (4)

関数 $f(x)$ が x 軸のまわりに回転してできた回転体の体積 $V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$ の近似式は回転体の切片半径 r_i を(4)式 y_i に代入して次のようになる。

$$V = (\pi h/3) \{ r_0^2 + r_{2m}^2 + 4(r_1^2 + r_3^2 + \dots + r_{2m-1}^2) + 2(r_2^2 + r_4^2 + \dots + r_{2m-2}^2) \}$$

(5)

回転楕円体では、 $r_0 = 0, r_{2m} = 0$ である。

さらに切片直径 $D_i = 2r_i, r_i = D_i/2$ を代入して

$$V = (\pi h/3) \{ \sum D_o^2 + (1/2) \sum D_e^2 \}$$

D_o : 右前斜位奇数切片直径
 D_e : 右前斜位偶数切片直径
 RAO 1 方向撮影から求める式³⁾⁵⁾

(6)

楕円体では次のようになる。

$$V = (\pi h/3) \{ \sum A_o B_o + (1/2) \sum A_e B_e \} \quad (7)$$

- A.: 右前斜位奇数切片直径 (RAO)
- B.: 左前斜位奇数切片直径 (LAO)
- A.: 右前斜位偶数切片直径 (RAO)
- B.: 左前斜位偶数切片直径 (LAO)

RAO/LAO 2 方向撮影から求める式^{3,5)}

分割数が多い場合は台形近似式 (単純総和) でも精度は良い。尚、楕円体の 3 つの径を任意に選んでも、また径を入れ換えても、楕円の性質から式(7)は成り立つ。

今回の計算には台形近似を用いて 40 分割 (n = 40) で計算した。

(3) 幾何学体モデル

基本的な幾何学体として楕円体、円錐、放物体さらに楕円体の近似体としては、回転楕円体の切断体及び裁断円錐と裁断楕円体の結合体モデルについて Dodge 法と Chapman 法を用いて体積を計算させた。コンピューターは NEC PC-9801RA N8 8BASIC 言語を使用した。幾何学体モデルのグラフィックシミュレーション形態を表 1、2、3、4 右、下に示す。(a)-(f)、(a')-(f')、(a'')-(f'')、(g)-(i)

シミュレーションに用いた式は次の通りである。

楕円体の計算に用いた楕円の式

$$y_{ab} = (b/a) \cdot (a^2 - X^2)^{1/2} \quad (a)$$

$$y_{bc} = (b/c) \cdot (b^2 - X^2)^{1/2} \quad (b)$$

円錐の計算に用いた式

$$y_{ab} = (r/L) \cdot X \quad (c)$$

$$y_{bc} = (b/c) \cdot (b^2 - X^2)^{1/2} \quad (d)$$

放物体の計算に用いた式

$$y_{ab} = (r/\sqrt{L}) \cdot \sqrt{X} \quad (e)$$

$$y_{bc} = (b/c) \cdot (b^2 - X^2)^{1/2} \quad (f)$$

面積計算、体積計算

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx \quad \text{回転体の体積公式} \quad (g)$$

$$S = \int_a^b f(x) dx \quad \text{Dodge 法の面積計算} \quad (h)$$

$$\text{回転楕円体の体積} \quad V = \frac{2}{3} \pi r^2 L \quad (i)$$

$$\text{円錐の体積} \quad V = \frac{1}{3} \pi r^2 L \quad (j)$$













$$\text{回転放物体の体積} \quad V = \frac{1}{2} \pi r^2 L \quad (k)$$

式(i)、(j)、(k)の体積比はそれぞれ 1、0.5、0.75 である。

長軸方向から見て楕円のとき

式(i)、(j)、(k)の r^2 は $r^2 = b \cdot c$ とする。

表 1 シミュレーションの結果 (長軸方向から見て円)

回転体	短長軸形態		真の値 体積 V (cm ³)	Dodge法体積		Chapman法体積		形状	
	短軸	長軸		Area-Length	V (cm ³)	積分: $\Sigma(dV) = V$ (cm ³)	2方向	1方向	RAO
回転楕円体	楕円	円	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	66.98 (.99)	66.98 (.99)		
回転楕円体 1/2 切断体	楕円	円	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	63.69 (.95)	66.98 (.99)		
円錐結合体 ×2 結合体	三角形	円	33.51 (1.0)	42.66 (1.27)	27.16 (.811)	47.98 (1.43)	33.52 (1.0)		
円錐	三角形	円	33.51 (1.0)	42.66 (1.27)	27.16 (.811)	39.30 (1.17)	33.52 (1.0)		
回転放物体 ×2 結合体	放物形	円	50.26 (1.0)	56.89 (1.13)	48.29 (.961)	60.31 (1.20)	50.27 (1.0)		
回転放物体	放物形	円	50.26 (1.0)	56.89 (1.13)	48.29 (.961)	53.44 (1.06)	50.27 (1.0)		

1. () 内は真の体積に対する比 (V/Vtrue)
2. 長軸方向から見て円形 (a) - (f) : 楕円比 1.0

表2 シミュレーションの結果（長軸方向から見て縦長楕円）

非回転体 L = 2 a = 8 cm b = 2.5, c = 1.6 cm	短長軸形態		真の値 体積 V (cm ³)	Dodge法体積		Chapman法体積		形状	
	短軸	長軸		Area-Length	V (cm ³)	積分: $\Sigma(dV) = V$ (cm ³)	積分: $\Sigma(dV) = V$ (cm ³)	RAO	LAO
楕円体	楕円	楕円 (a')	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	104.7 (1.56)	66.98 (.99)	104.6 (1.56)		
楕円体 1/2 切断体	楕円 1/2	楕円 (b')	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	104.7 (1.56)	63.69 (.95)	104.7 (1.56)		
円錐結合体 ×2 結合体	三角形楕円 ×2	(c')	33.51 (1.0)	42.66 (1.27)	42.44 (1.26)	47.98 (1.43)	52.42 (1.56)		
円錐	三角形楕円	(d')	33.51 (1.0)	42.66 (1.27)	42.44 (1.26)	39.31 (1.17)	52.37 (1.56)		
放物体 ×2 結合体	放物形楕円 ×2	(e')	50.26 (1.0)	56.89 (1.13)	75.45 (1.50)	60.31 (1.20)	78.54 (1.56)		
放物体	放物形楕円	(f')	50.26 (1.0)	56.89 (1.13)	75.45 (1.50)	53.44 (1.06)	78.54 (1.56)		

1. () 内は真の体積に対する比 (V/Vtrue)
2. 長軸方向から見て縦長楕円形 (a') - (f'):
3. 楕円比 b/c = 1.562

表3 シミュレーションの結果（長軸方向から見て横長楕円）

非回転体 L = 2 a = 8 cm b = 1.6, c = r = 2.5 cm	短長軸形態		真の値 体積 V (cm ³)	Dodge法体積		Chapman法体積		形状	
	短軸	長軸		Area-Length	V (cm ³)	積分: $\Sigma(dV) = V$ (cm ³)	積分: $\Sigma(dV) = V$ (cm ³)	RAO	LAO
楕円体	楕円	楕円 (a'')	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	42.89 (.64)	66.98 (.99)	42.86 (.64)		
楕円体 1/2 切断体	楕円 1/2	楕円 (b'')	67.02 (1.0)	67.02 (1.0)	42.89 (.64)	63.69 (.95)	42.88 (.64)		
円錐結合体 ×2 結合体	三角形楕円 ×2	(c'')	33.51 (1.0)	42.66 (1.27)	17.38 (.52)	47.98 (1.43)	21.47 (.64)		
円錐	三角形楕円	(d'')	33.51 (1.0)	42.66 (1.27)	17.38 (.52)	39.31 (1.17)	21.45 (.64)		
放物体 ×2 結合体	放物形楕円 ×2	(e'')	50.26 (1.0)	56.89 (1.13)	30.90 (.615)	60.31 (1.20)	32.17 (.64)		
放物体	放物形楕円	(f'')	50.26 (1.0)	56.89 (1.13)	30.90 (.615)	53.44 (1.06)	32.17 (.64)		

1. () 内は真の体積に対する比 (V/Vtrue)
2. 長軸方向から見て横長楕円形 (a'') - (f''):
3. 楕円比 b/c = .64

1) 回転体モデル

長軸方向から見て円形モデルの各径は（長軸 L = 2a = 8cm、b = c = 2cm）である。表1 - 形状 (a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f)

2) 非回転体モデル

長軸方向から見て縦長楕円形モデルの各径は

（長軸 L = 2a = 8cm、b = 2.5、c = 1.6cm）である。

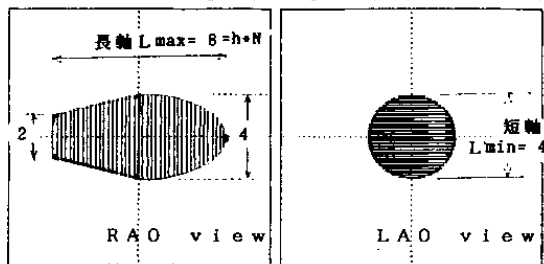
表2 - 形状 (a')、(b')、(c')、(d')、(e')、(f')

長軸方向から見て横長楕円形モデルの各径は（長軸 L = 2a = 8cm、b = 1.6、c = 2.5cm）である。

表4 楕円体近似形/非楕円体

回転体 L = 2 a = 8 cm b = c = r = 2 cm	短長軸形態 短軸 長軸		真の値 体積 V (cm ³)	Dodge法体積 Area-Length V (cm ³)		Chapman法体積 積分: $\sum (dV) = V$ (cm ³)	
				2方向	1方向	2方向	1方向
回転楕円体1/2と 1/2裁断円錐との 結合体	楕円形1/2 と四角形 との結合形 (g)	円	62.83 (1.0)	65.51 (1.04)	64.03 (1.02)	62.81 (1.0)	63.13 (1.0)
回転楕円体 1/6 切断体	楕円 5/6	円 (h)	62.61 (1.0)	60.22 (.962)	64.95 (1.03)	57.84 (.924)	--*-- (1.0)
回転楕円体 1/5 切断体	楕円 4/5	円 (i)	60.67 (1.0)	58.05 (.957)	62.86 (1.03)	55.54 (.915)	--*-- (1.0)

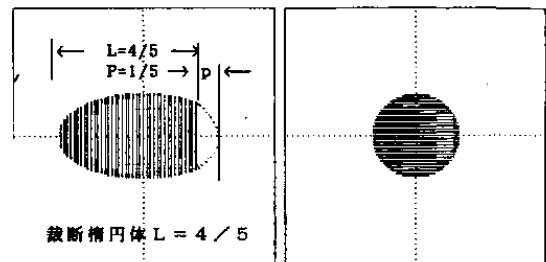
裁断円錐体 + 裁断楕円体
の体積を Area-length / Chapman 法でシュミレーション



真の体積 V	62.832	(1.000)
Chapman法の体積 V Singleplane	63.130	(1.005)
Chapman法の体積 V Biplane	62.811	(1.000)
A-L法バイプレーンの体積 V	65.510	(1.043)
A-L法シングルプレーンの体積 V	64.034	(1.019)

体積 V は b / c 倍

(g)



(h)

(i)

表3 - 形状 (a"), (b"), (c"), (d"), (e"), (f")
体積比較を容易にするため体積を統一した。

円錐モデルにおいては、次の左室近似回転体を作るための予備的なものでもある。

3) 左室近似回転体モデル

円錐、回転楕円体を半分に切り結合させた、左室近似回転体モデルの各径は(長軸 L = 2a = 8cm、b = c = 2cm)である。表4 (形状(g))

4) 回転楕円体近似体モデル

回転楕円体を長軸に垂直切断した、回転楕円体近似体モデルの各径は(長軸 L = 2a = 8cm、b = c = 2cm)である。表4 (形状(h), (i))

3. 結果

(1) 回転体モデル

結果を表1、表4に示す

1) 回転楕円体

形状(a)においては Dodge 法、Chapman 法の1方

向、2方向ともに計測理論に従い真の体積が得られる。ここで、回転体においては Chapman 法の1方向は積分と同じであるから真の体積が得られるのは当然である。

2) 回転楕円体 1/2 切断体

形状(b)においては Dodge 法1方向、2方向とも真の値が求まり、Chapman 法の2方向はやや少ない値となる。これは楕円体と仮定したアルゴリズムによるもので、アルゴリズムを切断体として替えれば真の値が求まる。

3) 放物体、円錐

形状(c), (d), (e), (f) 放物体、円錐においては楕円体と仮定したことに矛盾が生じるので真の体積は求められない。もし area-length 法で求めるならそれぞれの area-length 法の式を導く必要がある。表5にそれらの式を示す。

表1の()内の体積比の数値はある一定の値を

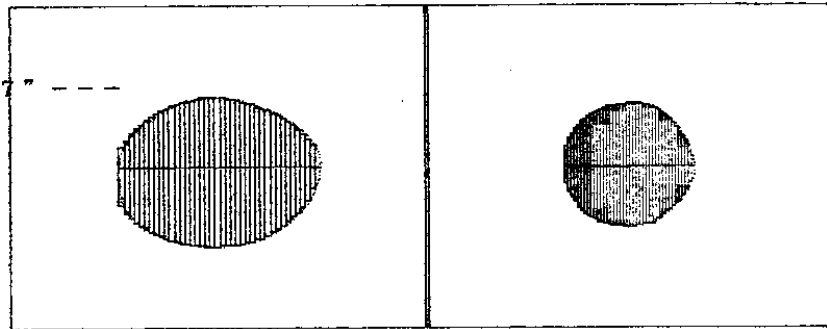
表5 回転体とArea-length法の式

回転体	(Area-length) 2方向の式	(Area-length) 1方向の式
楕円体	$V_{\text{biplane}} = \frac{8}{3\pi} \times \frac{A_{\text{RAO}} A_{\text{LAO}}}{L_{\text{LAO}}}$	$V_{\text{singleplane}} = \frac{8}{3\pi} \times \frac{(A_{\text{RAO}})^2}{L_{\text{RAO}}}$
円錐	$V_{\text{biplane}} = \frac{2}{3} \times \frac{A_{\text{RAO}} A_{\text{LAO}}}{L_{\text{LAO}}}$	$V_{\text{singleplane}} = \frac{\pi}{3} \times \frac{(A_{\text{RAO}})^2}{L_{\text{RAO}}}$
放物体	$V_{\text{biplane}} = \frac{3}{4} \times \frac{A_{\text{RAO}} A_{\text{LAO}}}{L_{\text{LAO}}}$	$V_{\text{singleplane}} = \frac{9\pi}{32} \times \frac{(A_{\text{RAO}})^2}{L_{\text{RAO}}}$

図3 鶏卵ファントムでの比較例

Chapman法の値	A-L法バイプレーン	A-L法シングルプレーン
VCB= 4.5975E+08	LS = 8.02	LD = 12.17
VCB= 4.5975E+02	ARA0 89.38	ARA0 89.38
VCS= 5.5687E+02	ALA0 48.26	
N =40.	XF =2.152 1.792	XF =2.152 1.792
XF =2.152 1.792	A-LBp= 55.044	A-LSp= 55.895
Chapman VBP= 55.403	回帰補正(46.339)	回帰補正(46.729)
Chapman VSP= 55.873		

NO: 4
CINENO: 7
DATE:96/04/30
NAME: T E S T



収縮期の計算に
進む [RETURN]

とる。Dodge法では表5の式の係数の比と一致した関係にある。これらの体積比は各径の大きさに関係無く一定である。

4) 回転楕円体近似体

形状(h)、(i)を呈する回転楕円体裁断体の結果を表4に示す。Dodge法1方向は積分そのものであるため真の体積に近い値となっている。Dodge法1方向、2方向については体積が少なくなるものかなり近くなる。これは面積と長さから計算することにより誤差が少なくなったと考えられる。Chapman法の2方向については体積が少なく計算される。

5) 左室近似回転体

左室形状は楕円体よりも形状(g)に示すような形状の方がより近いと考えられる。結果を表(4)に示す。Dodge法、Chapman法、1方向、2方向それぞれの値が真の体積にほとんど等しい結果となり、

非楕円体であるにもかかわらず、改めてその左室容積計測法の妥当性が証明された。

(2) 非回転体モデル

1) 楕円体

形状(a)(a')を呈する楕円体の結果を表2、表3に示す。2方向においてはDodge法、Chapman法とも真の体積が求められるが、1方向においては回転体から外れると誤差があり、長軸方向からの形状によって楕円比に相当して過大評価や過小評価が起こることを示す。表2、表3

2) 円錐、放物体

放物体、円錐においては楕円体と仮定したことにより矛盾が生じるので真の体積は求められない。

表1の体積の値に対して、表5の式の係数の比と楕円比が関係したある一定の値をとる。これらの体積比は各径の大きさに関係無く一定である。

表6 鶏卵をファントムとして用いた各方法での比較

鶏卵 phantom I. I. 体積 Size M/L		Dodge 法		Chapman 法	
		2 方向	1 方向	2 方向	1 方向
鶏卵 54.5cm ³ Size M	9 インチ	55.5	55.8	55.7	55.7
	7 インチ	55.1	55.6	55.2	55.5
鶏卵 64.0cm ³ Size L	9 インチ	63.8	63.5	64.1	64.1
	7 インチ	63.1	62.1	63.6	63.1

4. 鶏卵楕円体ファントム撮影における Dodge 法と Chapman 法との比較

鶏卵は楕円体ファントムに近い形状をしている大きさの異なる「ゆで卵 (M size、L size)」をバイプレーンで撮影した。拡大率補正は2点距離法を用いたため歪の補正はしていない。トレースデータはグラフテック製デジタルライザー (KW4620) を用い座標データ (x_i, y_i) を PC-9801 RA にファイル、自作プログラムで後処理する。Dodge 法及び Chapman 法ともに同一座標データ (x_i, y_i) を使用する。Chapman 法の分割数 (N = 40) とし分割毎の座標点 (x_i, y_i) はスプライン補間により求め、体積は台形近似により求めた。結果を図3、表6に示す。この場合はファントムであるため回帰補正式には代入していない。表6

5. まとめ

Chapman 法は Dodge 法より精度が良いとの報告もあるが、楕円体においては両者の方法に差はなく幾何学的容積: V_{EG} は真の値が得られる。しかし楕円体から少し外れると Chapman 法は Dodge 法より形状誤差が大きく、僅かに過小評価される。また1方向からの計測では2つの方法とも、回転体から外れることにより、過大評価や過小評価が起こる。Chapman 法における積分計算には分割の数が多ければ (n >= 40) 台形近似式でも十分である。Simpson の公式は分割数を少なくして (10 < n < 20) 精度を上げる手法である。単純総和のように積分に Simpson's rule を用いない場合 Chapman 法あるいは楕円体積分法と呼ぶのが妥当である。

Chapman 法において回帰補正式の追試報告は無いが、左室容積 V_{LV} を算出するには、V_{EG} から

の補正が必要である。これには Dodge 法の回帰補正式がそのまま流用できる。左室計測の精度確認のためファントム撮影を行う場合、次の点に注意する。

(1) ファントムの形状

容積計算の仮定が「楕円体」であるために、非楕円体や楕円体から外れた形状では形状誤差を含んで計測される。楕円体ファントムには鶏卵を用いるのが簡単な方法である。

(2) 一般に左室計測システムではファントムを撮影すると自動的に回帰補正された値が表示されるので真の容積より少ない値となる。(ファントム容積が V_{EG} ではなく V_{LV} として表示される。)

回帰補正式は postmortem により得られたため左室内腔を占める乳頭筋や肉柱の補正と、さらに左室の形状補正も含まれているが、形状の補正成分は非常に少ないとみて良い。従ってファントムの真の容積と比較するなら、そのシステムに使われている回帰補正式 $V_{LV} = aV_{EG} + b$ から逆に V_{EG} を計算する必要がある。

文 献

- 1) Dodge, H. T, Sandler, H., Ballew, D. W. and Lord, J. D. Jr. : The use of biplane angiocardiology for the measurement of left ventricular volume in man. Am. Heart J. 60 : 762, 1960
- 2) Dodge, H. T, Sandler, H. and Baxley, W. A. : Usefulness and limitations of radiographic methods for determining left ventricular volume. Am. J. Cardiol. 18 : 10, 1966
- 3) Chapman, C. B, Baker, O, Reynolds, J. and Bonte, F. J. : Use of biplane cineangiography for measurement of ventricular volume. Circu-

- lation, 18 : 1105, 1958
- 4) Wynne J. et al. : Estimation of left Ventricular volume in Man From Biplane Cineangiograms Filmed in Oblique Projection. Am. J. Cardiology Vol. 41 : 726-732 April 1978
 - 5) 鈴木 紳 : アンギオグラフィーによる心臓の計測 呼と循、vol. 29(3) : 261-273、1981
 - 6) 杉本 恒明=監訳 : グロスマン心臓カテーテル 検査造影法 P246-252 南江堂 東京 (1988)
 - 7) 灰山 徹 他 DSA を用いた心容積変化曲線の自動輪郭抽出の試み 日放技誌 vol. 7 : 869 1997 第 53 回総会学術大会抄録