

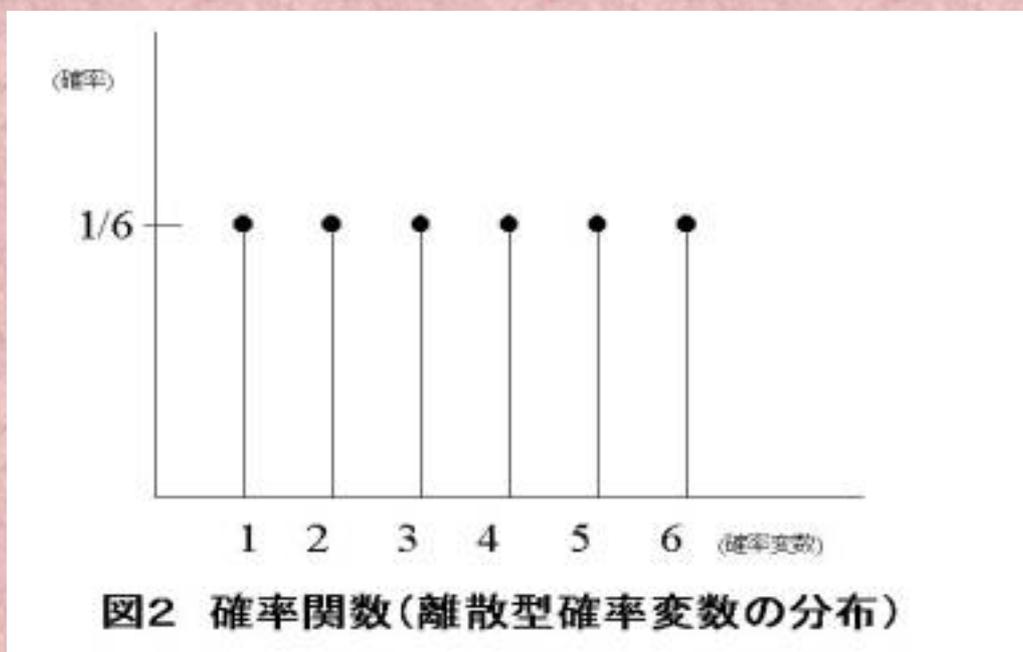
【第1章】確率・統計の基礎

1.5 離散型と連続型確率変数

何度も例題といえばコインやサイコロで申し訳ないのですが、またまたサイコロを使って解説していきましょう。(1.3)や(1.4)での説明にあったように、サイコロの出る目は、1, 2, 3, 4, 5, 6というように、飛び飛びの値をとります。このように飛び飛びの値をとることを離散型といいます。また時間の流れを考えてみましょう。われわれはダイナミック・シンチの検査を行いその結果を見るとき、5分後とか20分後とかの飛び飛びの値を見ることがあります。しかし、時間とは途切れることなく流れています。このような値の取り方を連続型といいます。われわれは連続的にデータ見るときは、タイムアクティビティ・カーブの形などで見えています。連続するデータを絶え間なく、見ていることはできません。連続データには無限に細かくデータが詰まっているのですから。

《離散型の解説》

さてもう少し数学的に説明しましょう。でも例はサイコロを使います。サイコロを振ってある目がでる確率は1/6でしたね。これをグラフにして見ましょう。



横軸に出る目を書きます。縦軸は確率を書きます。この場合はどの目も同じ確率ですから図のようにつまらないグラフになります。これを式に書いてみると、

$$f_x(x) = P(X = x), \quad x \in \mathfrak{R}$$

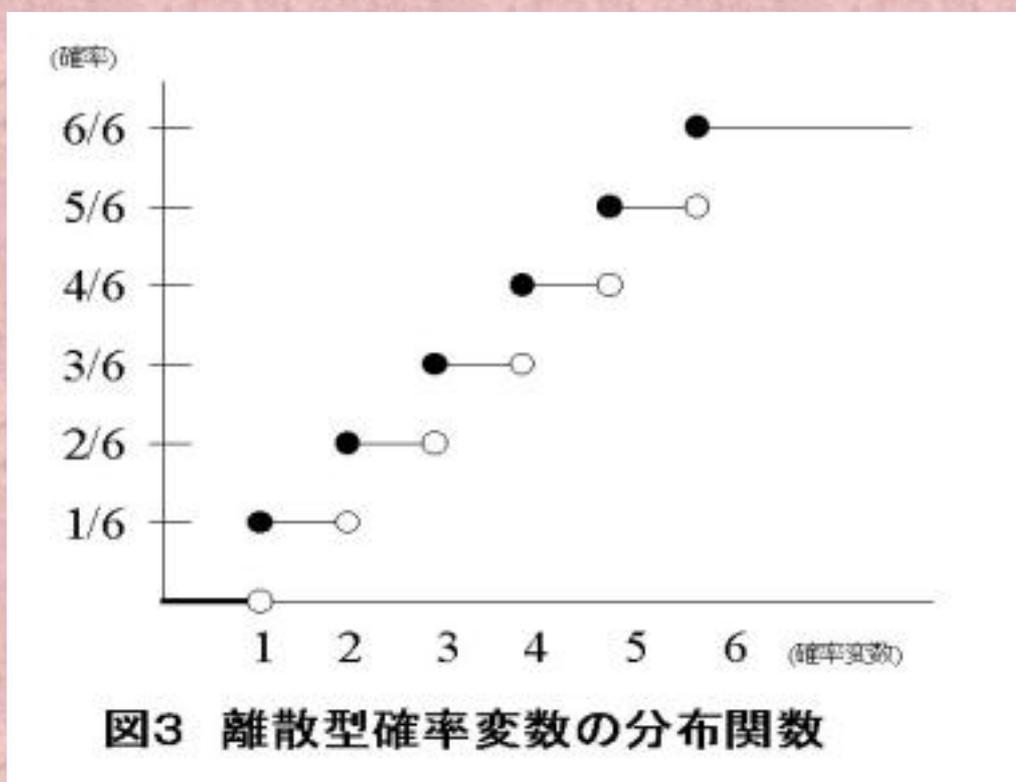
となります。これを確率関数といいます。ここで、 \mathfrak{R} とは実数のことを表す記号です。たまに R で代用するときもありますのでご注意ください。例えば4の目が出る場合は以下のようになります。

$$f_x(4) = P(X = 4) = P(4) = \frac{1}{6}$$

もう一つ、分布関数というのがあります。離散型確率変数の分布関数は次式で表します。

$$F_x(u) = \sum_{x_i \leq u} f_x(x_i)$$

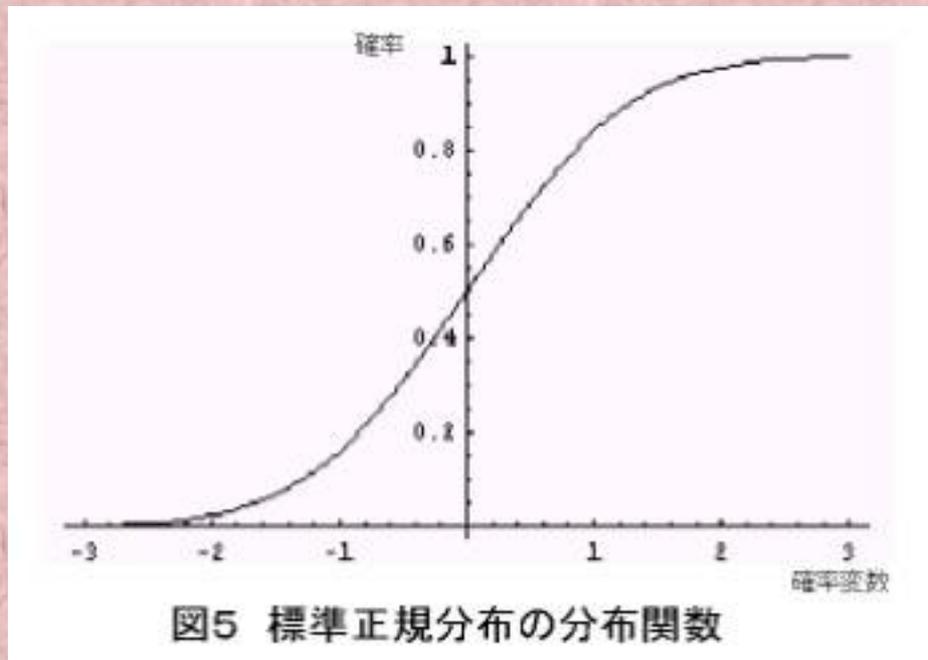
これもグラフにしちゃいましょう。



なんか変なグラフですね。これを階段関数とかステップ関数といいます。このグラフの意味することは文字通り、事象の起こりうる確率の分布を表すグラフなのです。細かく見てみましょう。まず横軸の1のあたりに注目しましょう。1のすぐ上に白丸(○)があります。そして1の左に少し太い線が引いてあります。このグラフは離散的ですから、1以下の数値は存在しません。よってこの部分での確率はゼロです。そしてちょうど1のとき、確率は1/6に跳ね上がります。もう少し上に黒丸(●)があります。白丸はその部分は含まない印で、黒丸は含む印です。つまり1以上2未満の確率は1/6ということです。そして2の時にまたまた跳ね上がり今度は確率が2/6になりました。これは2以下がでる確率が2/6ということを表しています。さらに3未満まで確率は同じですから、3未満の確率は2/6ともいえます。でも3未満といっても、サイコロの目ですから、1か2しかないのです。以下同様に考え、6以下の目が出る確率、つまり何らかのサイコロの目が出る確率は1ということです。もちろん、サイコロの角でバランスよくサイコロが立つなんてことは考えていません。

のある方は書店の数学書コーナーへ行って探してください。

さて、図4のようなグラフは、 X の取りうる値は無限にあります。つまり、グラフは密に詰まっているので数値は連続しています。これを確率密度関数といいます。離散型の確率関数と言いが違っていませんか。連続型にも当然分布関数が存在します。それを以下に示しましょう。



なんか特性曲線みたいなグラフですね。このグラフはX軸の負の方向にどんどん進んでも確率はゼロに限りなく近づきます。そして、正の方向にどんどん進むと確率は1に近づきます。形こと違いますが、離散型の時と共通していませんか？ここでは離散型と連続型の違いがなんとなくわかっていただければ十分です。