

注意：ここで2つの確率を足してはだめですよ。足すと2/3になるので常識的にも変ですよね！！

《2個のサイコロ》

こんどは2個のサイコロを同時に投げることを考えましょう。1つ目のサイコロに2の目が出る確率は1/6です。2つ目のサイコロに5の目が出る確率も1/6です。2の目5の目が同時に出るのはこれらを掛けたときですから1/36です。したがって上の定義式が成り立ちます。これを確率論らしく書いてみましょう。

$A = \{ \text{1つ目のサイコロに2の目が出る} \}$

$B = \{ \text{2つ目のサイコロに5の目が出る} \}$

$P(A) = \{ \text{1つ目のサイコロに2の目が出る確率} \} = 1/6$

$P(B) = \{ \text{2つ目のサイコロに5の目が出る確率} \} = 1/6$

$P(A \cap B) = \{ A \text{と} B \text{が同時に起こる確立} \} = 1/36$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

AとBは独立であるといえる。

ところが、事象を次のようにするとどうでしょうか？

$A = \{ \text{1つ目のサイコロに偶数が出る} \}$

$B = \{ \text{2つ目のサイコロに奇数が出る} \}$

$C = \{ \text{1つ目と2つ目のサイコロの合計が偶数} \}$

$D = \{ \text{1つ目のサイコロに6の目が出る} \}$

$P(A) = P(B) = P(C) = 1/2 \quad P(D) = 1/6$

このとき、 $D \subset A$ であるので $P(A \cap D) = 1/6$ である。よって、 $P(A \cap D) = P(A)P(D)$ であるので、

AとBは独立であるといえない。

さらに次のように示すことができます。

$P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = 1/4$

よって、

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$P(A \cap C) = P(A)P(C)$

$P(B \cap C) = P(B)P(C)$

であることがわかります。しかし、 $P(A \cap B \cap C) = 0 \neq P(A)P(B)P(C)$ 、つまり、AとBは互いに独立、AとCは互いに独立、BとCは互いに独立ですが、AとBとCは独立ではありません。このような時は、AとBとCは組ごとに独立であるが、互いには独立ではないということもあ

ります。